

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
ФГБОУ ВО «ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Кафедра «Приборы»

Презентация на тему: «Дискретное преобразование Фурье и Вейвлет анализ и их  
применение в медицине»

по дисциплине: «Математическое моделирование сигналов и систем»

выполнил:

студент группы ЭТ-3а21м

Сергиенко Я.С.

проверил:

проф. Петров А.С.

## План

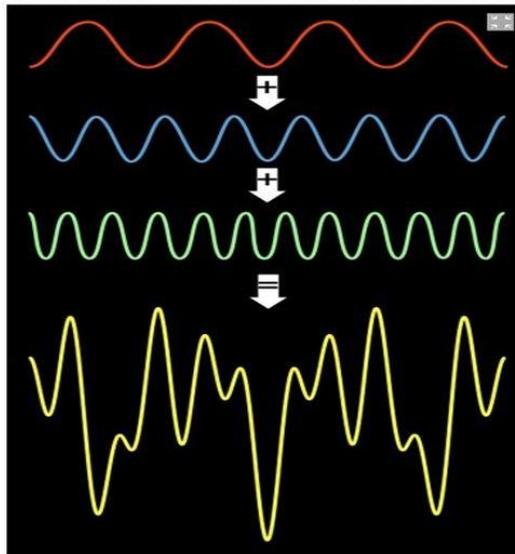
|   |
|---|
| Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) - 3 |
| Преимущества (ДПФ) – 5                    |
| Место применения (ДПФ) – 9                |
| Вейвлет анализ – 10                       |
| Преимущества вейвлет анализа – 12         |
| Место применения вейвлет анализа – 17     |
| Различия (ДПФ) и (ВА) – 19                |
| Сходства (ДПФ) и (ВА) – 20                |
| Заключение - 21                           |

## Дискретное преобразование Фурье

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) - это метод анализа и преобразования дискретного временного сигнала или последовательности в частотное представление. Оно является дискретной версией непрерывного преобразования Фурье.

ДПФ широко используется в различных областях, таких как обработка сигналов, обработка изображений, телекоммуникации и других. Оно позволяет анализировать и представлять сигналы в частотной области, что может быть полезно для дальнейшей обработки и интерпретации.

Дискретное преобразование Фурье

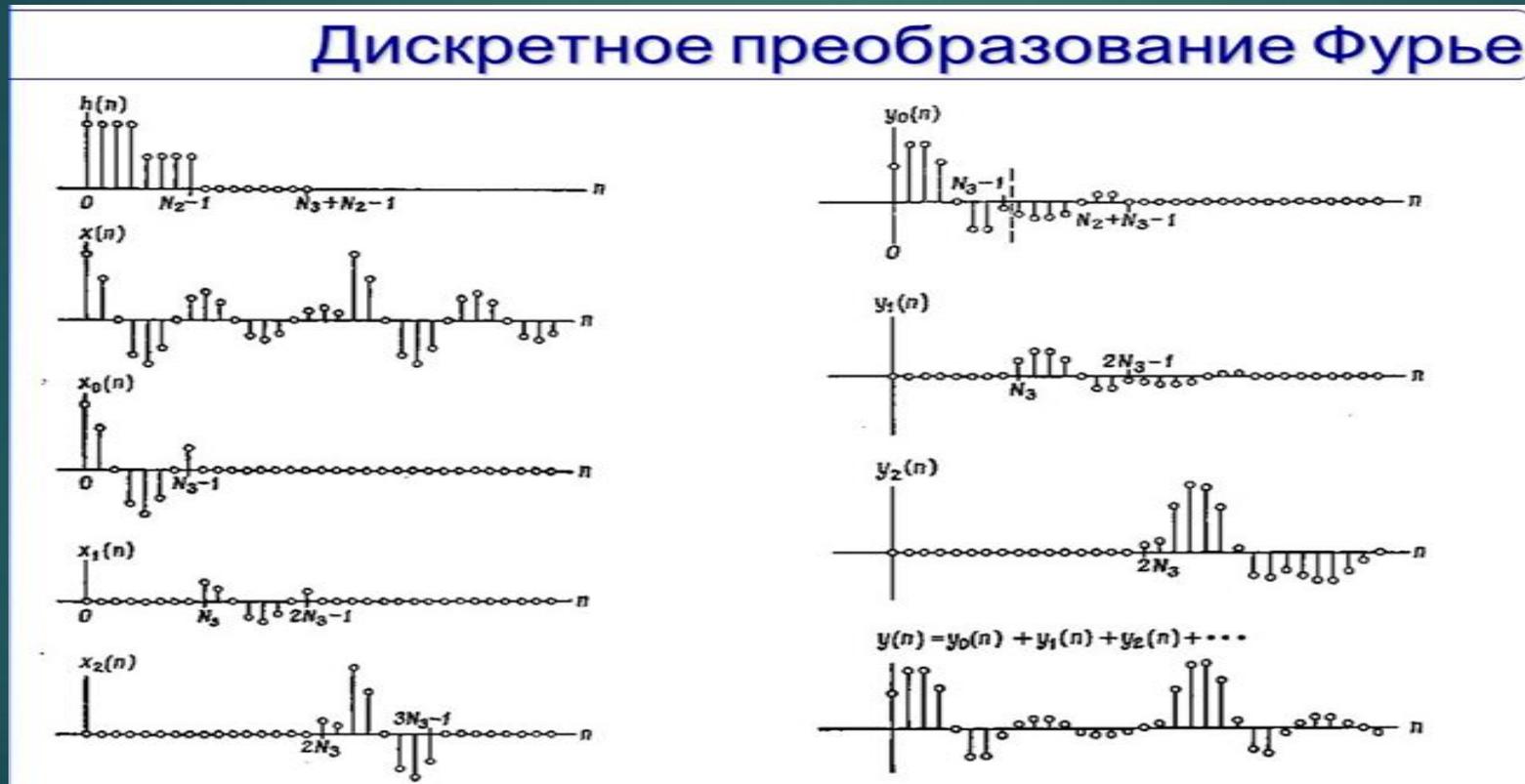


ДПФ основано на преобразовании временного сигнала в его комплексный спектр. Процесс состоит из нескольких шагов:

1. Дискретизация сигнала: входной сигнал разбивается на дискретные отсчеты. Частота дискретизации определяет разрешение анализа и должна быть достаточно высокой, чтобы избежать потери информации.
2. Применение оконной функции: дискретный сигнал умножается на оконную функцию, такую как Хэммингово окно, чтобы уменьшить влияние конечной длительности сигнала на спектральное содержание.
3. Вычисление ДПФ: использование алгоритма Быстрого преобразования Фурье (БПФ) для эффективного вычисления ДПФ. БПФ разделяет сигнал на более мелкие сегменты и рекурсивно применяет ДПФ к ним. Это позволяет существенно сэкономить вычислительные ресурсы.
4. Интерпретация спектра: полученный комплексный спектр представляет собой амплитуду и фазу по различным частотам. Он может быть представлен в виде графика, изображая амплитуду или фазу в зависимости от частоты.

# Преимущества (ДПФ)

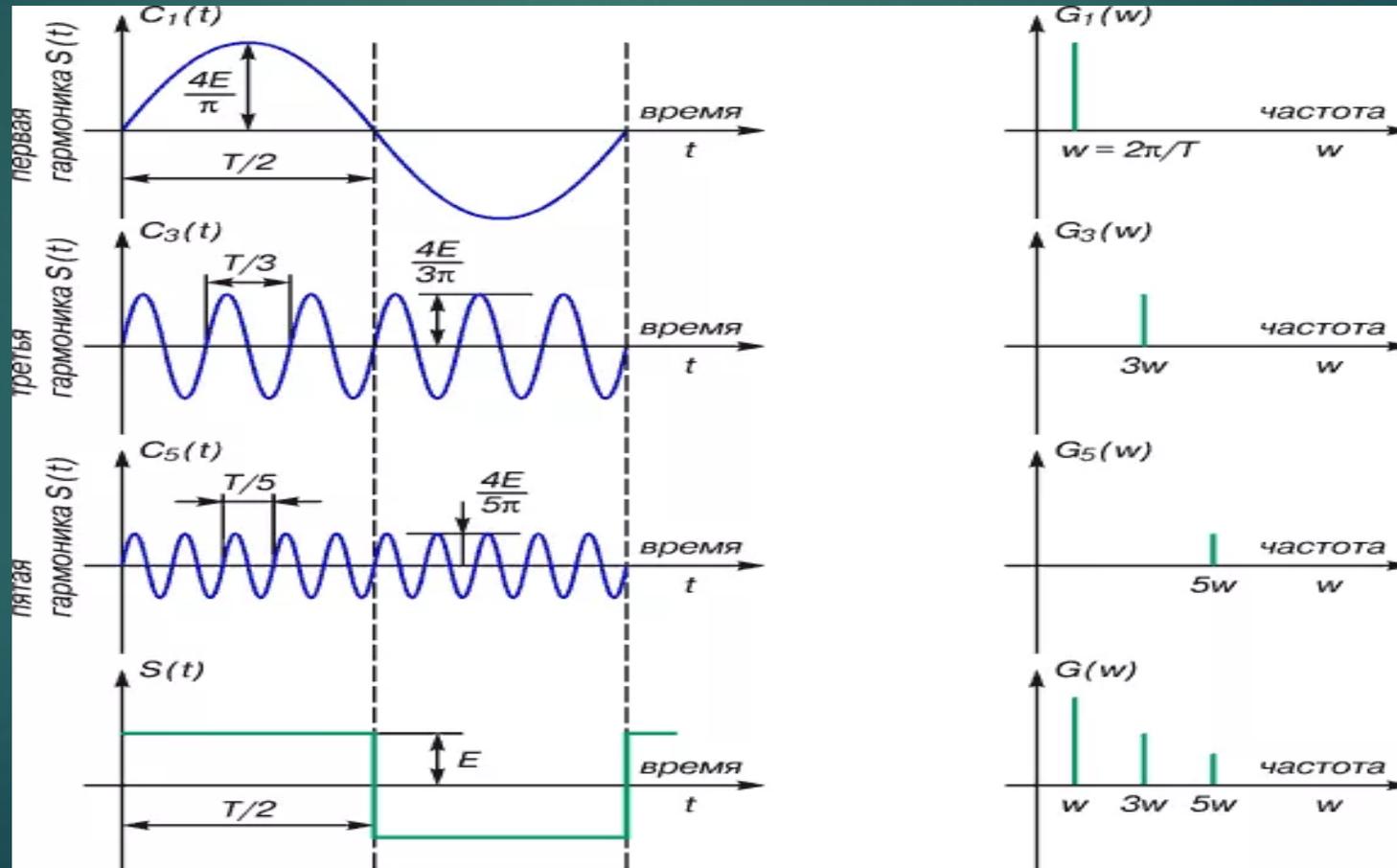
1.Эффективность: Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) является эффективным алгоритмом, который может быть реализован на компьютерах. Благодаря использованию алгоритма Быстрого преобразования Фурье (БПФ), ДПФ позволяет выполнить преобразование быстрее, чем с помощью классического преобразования Фурье.



Метод перекрытия с суммированием

Формирование выходных значений свёртки при использовании метода перекрытия с суммированием

2.Разрешающая способность: ДПФ позволяет преобразовывать сигналы из временной области в частотную область. Это позволяет анализировать частотный состав сигнала, выделять особенности и характеристики сигнала, такие как гармоники, спектральные компоненты и т. д. Разрешающая способность ДПФ определяется количеством точек, используемых для преобразования.



3. Линейность: ДПФ является линейным преобразованием, что означает, что можно применять операции линейной алгебры, такие как сложение и умножение, к преобразованным сигналам. Это позволяет выполнять различные операции обработки сигналов, такие как фильтрация, корреляция и свертка, в частотной области.

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \exp\left(-\frac{2\pi i}{N} kn\right)$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp\left(\frac{2\pi i}{N} kn\right)$$

## Применение дифференциального преобразования Фурье в медицине:

1. Помогает в анализе ЭКГ-сигналов для диагностики сердечно-сосудистых заболеваний.
  2. Используется в анализе спектров голоса для диагностики речевых нарушений и заболеваний голосовых связок.
- Применяется в анализе электроэнцефалограмм (ЭЭГ) для диагностики эпилептических судорог и других неврологических расстройств.
- Используется в цифровой маммографии для обнаружения и диагностики рака молочной железы.
- Применяется в анализе сигналов физиологических параметров, таких как давление, пульс, сатурация кислородом, для мониторинга состояния пациента и диагностики различных заболеваний.

4.Применимость: ДПФ используется в различных областях, включая цифровую обработку сигналов, обработку изображений, коммуникационные системы, аудио и видеотехнологии и т. д. Благодаря своей эффективности и разрешающей способности, ДПФ широко используется для анализа, обработки и сжатия сигналов.



Полутонное изображение и его Фурье-образ

## Место применения (ДПФ)

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) широко используется в области сигнальной обработки и анализа данных. Некоторые из основных мест применения ДПФ включают:

1. Сжатие данных.

2. Анализ временных рядов: ДПФ используется для анализа временных рядов, таких как финансовые данные, климатические данные или медицинские измерения.

3. Обработка сигналов: ДПФ позволяет преобразовывать сигналы из временной области в частотную область и наоборот.

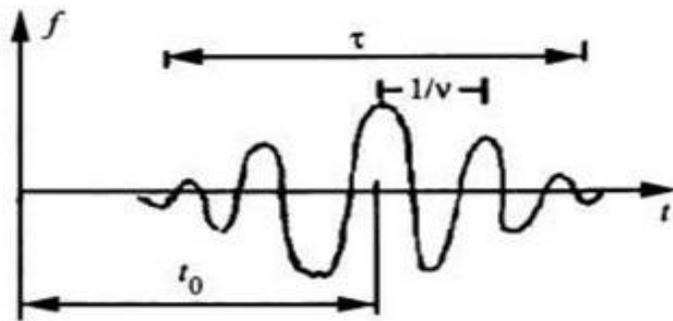
4. Кодирование аудио и видео: ДПФ используется в алгоритмах сжатия аудио и видео для перевода сигнала из пространственной области в частотную.

5. Обработка изображений: ДПФ применяется в области обработки изображений для выполнения операций, таких как устранение шума, извлечение особых точек или улучшение резкости.

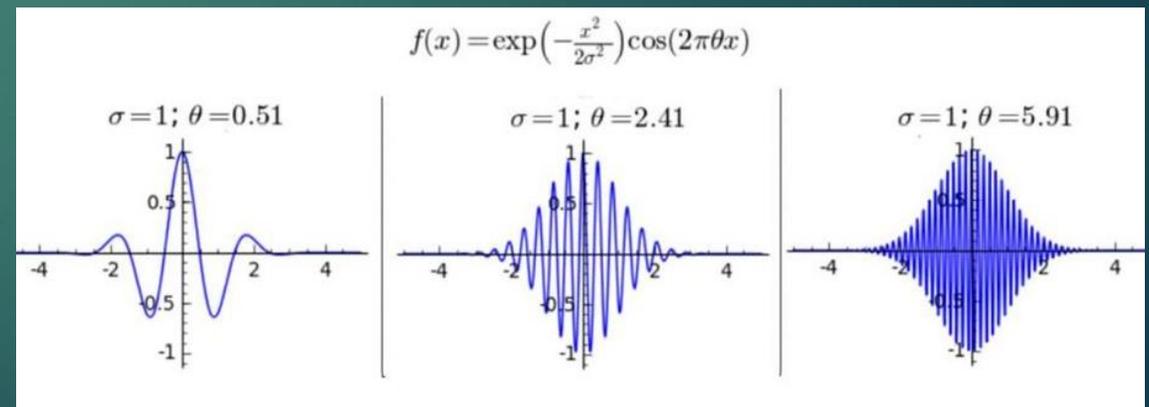
# Вейвлет Анализ(ВА)

Вейвлет-анализ - это метод анализа и обработки сигналов, основанный на использовании вейвлет-преобразования. Вейвлеты представляют собой короткие волны, имеющие ограниченную протяженность и малое число ненулевых коэффициентов.

Основная идея вейвлет-анализа заключается в разложении сигнала на различные масштабы и частоты, что позволяет анализировать его структуру на разных уровнях детализации. В отличие от преобразования Фурье, которое основано на гармонических функциях, вейвлет-анализ позволяет учесть не только частотный спектр сигнала, но и локальные особенности, такие как скачки, начала и концы импульсов и т.д.



Функция Габора  
как пример вейвлет-представления.



Одномерный вейвлет Габора

Вейвлет-анализ нашел широкое применение в различных областях, включая обработку и сжатие изображений, сигналов и видео, анализ временных рядов, распознавание образов, а также в задачах машинного обучения и искусственного интеллекта.

Одним из основных преимуществ вейвлет-анализа является его способность обработки сигналов с переменной частотой, а также выделение и анализ временных и пространственных особенностей сигнала. Однако вейвлет-анализ также имеет свои ограничения, например, сложность вычислений и необходимость выбора подходящего вейвлета.

$$f(x) = \sum_{j,k} \alpha_k \psi_{j,k}(x)$$

Вейвлет-анализ – разложение сигнала по специальному базису

Базисные функции:

$\psi_{j,k} = 2^{j/2} \varphi(2^j x - k)$  - масштабирующая функция

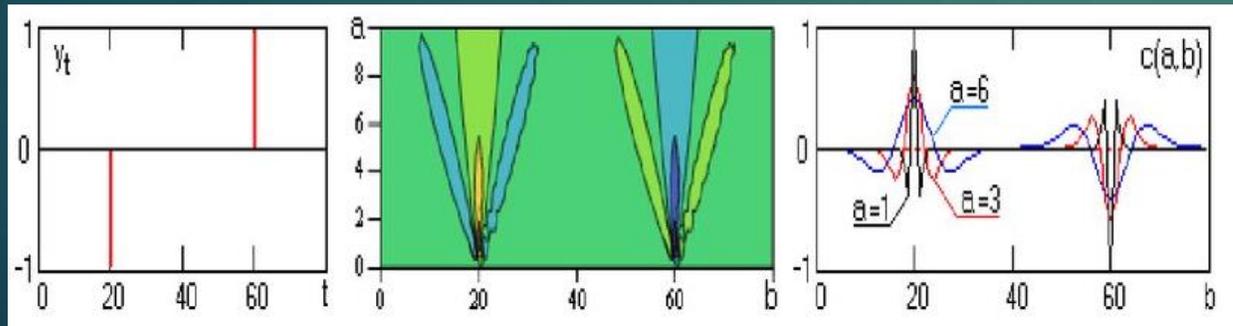
$j, k \in \mathbb{Z}$ ,  $\varphi(x) \in L^2(\mathbb{R})$  - порождающий вейвлет

## Преимущества Вейвлет анализа:

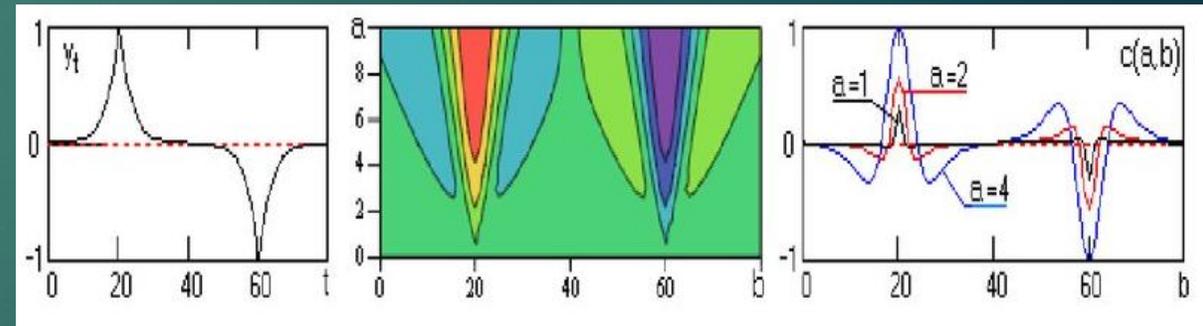
1. Адаптивность: Вейвлет-анализ позволяет локально анализировать данные с различными частотами и временными масштабами. Это позволяет лучше учесть изменения в сигнале, которые могут быть сложны для других методов анализа.

### Вейвлет-преобразование простых сигналов

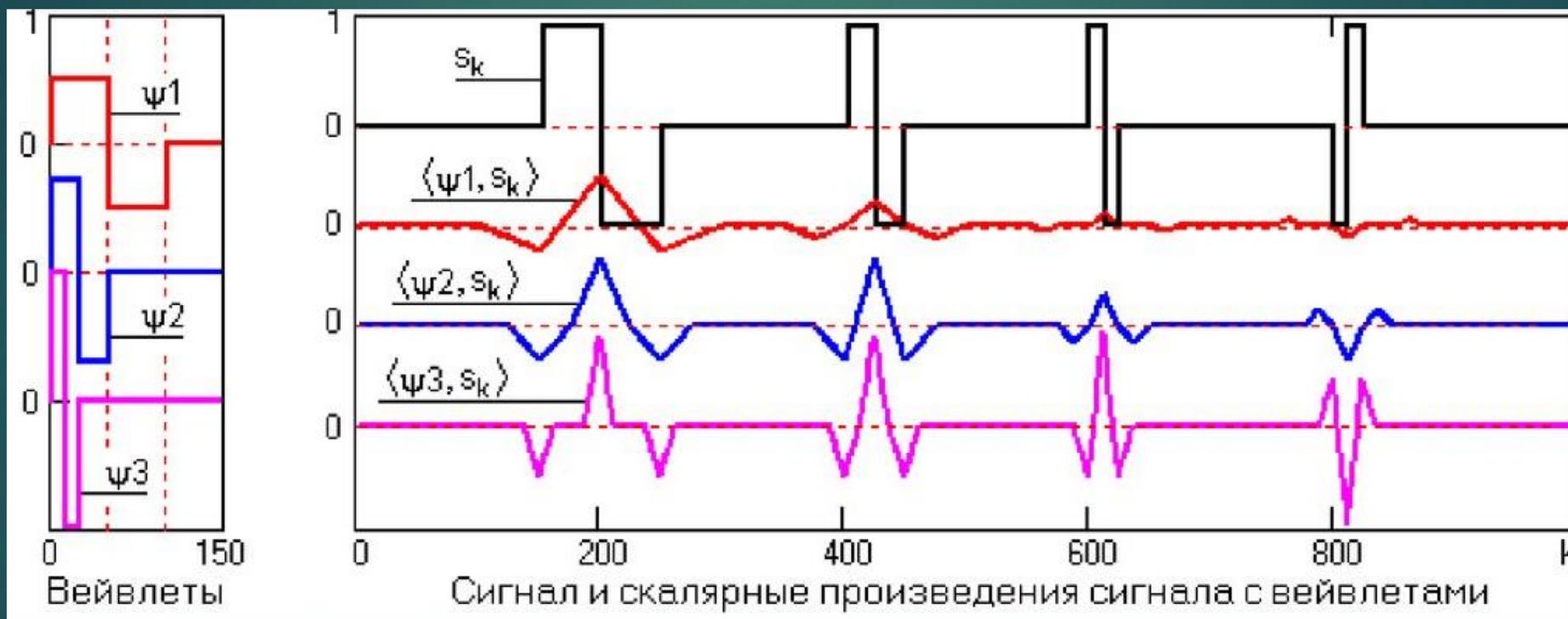
#### Преобразование импульсов Кронекера



#### Преобразование функций Лапласа

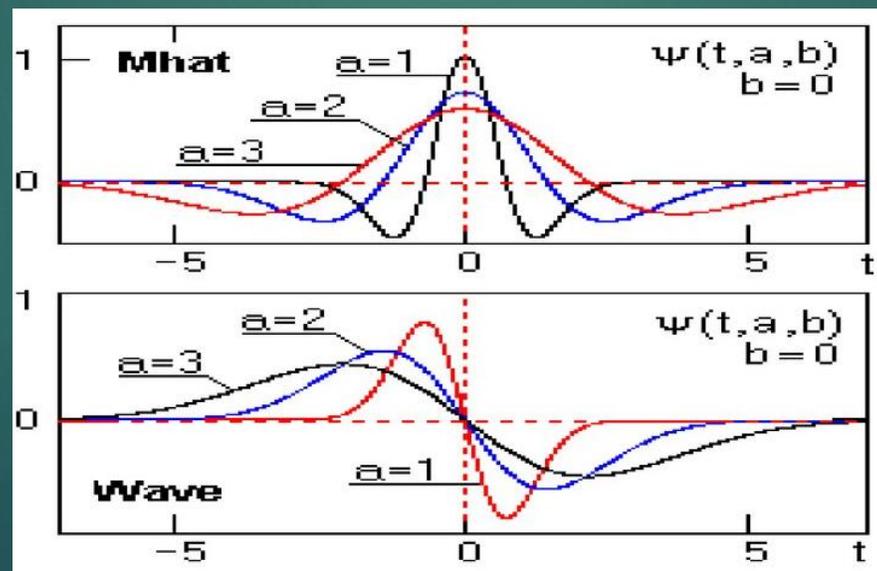


2. Компактная локализация: Вейвлет-функции имеют ограниченный временной и частотный диапазоны, что позволяет им локально сжиматься и улавливать специфические особенности сигнала, такие как короткая длительность или резкие фронтовые фронты.



Вейвлет-анализ может применяться на нескольких масштабах разрешения, позволяя анализировать сигналы с различными уровнями детализации. Это позволяет улавливать как общие тренды, так и мелкие детали.

Вейвлетный масштабнo-временной спектр  $S(a,b)$  в отличие от фурье-спектра является функцией двух аргументов: масштаба Вейвлета « $a$ » (в единицах, обратных частоте), и временного смещения вейвлета по сигналу « $b$ » (в единицах времени), при этом параметры « $a$ » и « $b$ » могут принимать любые значения в пределах областей их определения.



4. Практичность: Вейвлет-анализ может быть реализован практически и эффективно, как для анализа сигналов в режиме реального времени, так и для обработки больших объемов данных.

Базисные функции:

$\psi_{j,k} = 2^{j/2} \varphi(2^j x - k)$  - масштабирующая функция

$j, k \in \mathbb{Z}$ ,  $\varphi(x) \in L^2(\mathbb{R})$  - порождающий вейвлет

Набор базисных функций – банк фильтров

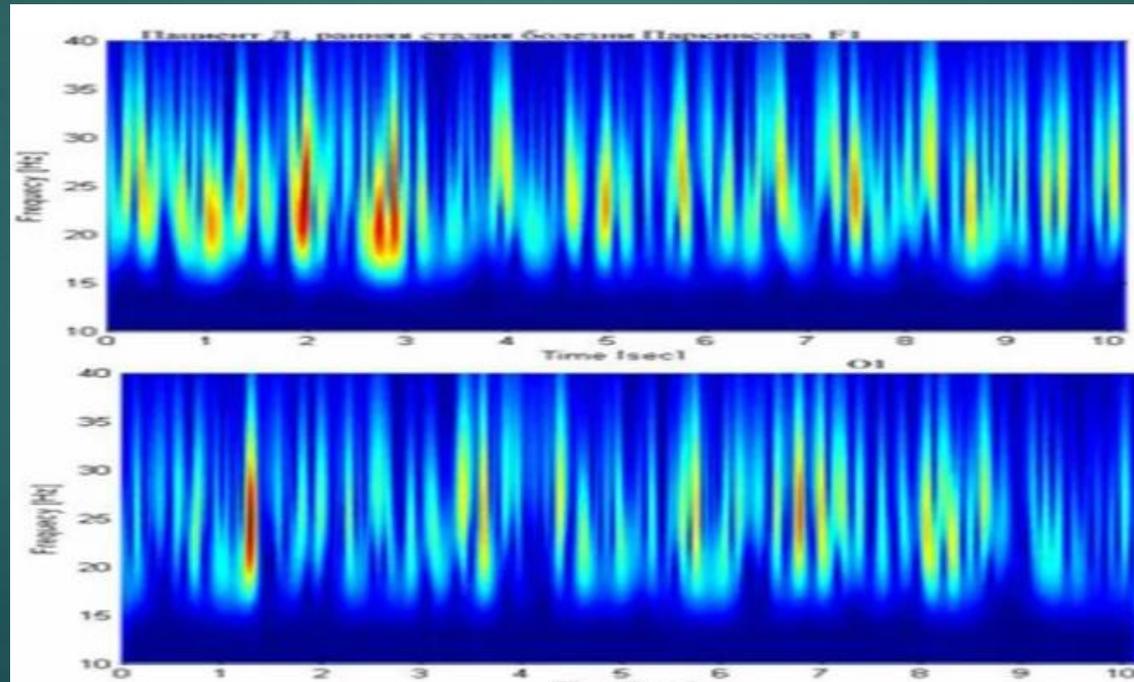


## Применение вейвлет-анализа в медицине:

1. Анализ ЭКГ сигналов для выявления аритмий и других сердечных заболеваний.
2. Диагностика глазных заболеваний и обнаружение глазных патологий на основе анализа сигналов ретинографии.
3. Использование вейвлет-анализа для анализа сигналов дыхания и диагностики респираторных заболеваний.
4. Анализ сигналов электромиографии (ЭМГ) для диагностики мышечных расстройств и неврологических заболеваний.
5. Оценка глубины наркоза на основе анализа электроэнцефалограммы (ЭЭГ) с помощью вейвлет-анализа.

Вейвлет-анализ может быть применен к различным типам данных, таким как изображения, звук, текст и временные ряды. Это делает его универсальным методом анализа для различных задач, включая обработку сигналов, сжатие данных, распознавание образов и многое другое.

Вейвлет преобразование ЭЭГ, отфильтрованной в бета-диапазоне. Фронтальная и окципитальная области коры. Пациент на ранней стадии болезни Паркинсона



## Место применения Вейвлет анализа:

1. **Обработка сигналов:** Вейвлет-анализ используется для анализа и обработки сигналов различного типа, таких как звуковые, аудио, видео и биомедицинские сигналы. Он может помочь в извлечении признаков, сжатии данных, фильтрации шума и обнаружении аномалий в сигналах.
2. **Обработка изображений:** Вейвлет-анализ применяется для анализа и обработки двумерных изображений. Он может использоваться для сжатия изображений, удаления шума, улучшения контраста и извлечения текстур.
3. **Сжатие данных:** В применении к сжатию данных, вейвлет-анализ может быть использован для эффективного представления данных при минимальной потере информации. Он применяется в стандартах сжатия данных, таких как JPEG, MPEG и JPEG2000.

4. Восстановление сигнала: Вейвлет-анализ может быть использован для восстановления сигнала из его шумового или неравномерно сэмплированного сигнала. Он может помочь восстановить потерянные или искаженные данные и повысить качество восстановленного сигнала.

5. Геофизика: Вейвлет-анализ применяется для обработки сейсмических данных и обнаружения геологических структур в земле. Он может помочь в идентификации нефтяных и газовых месторождений, а также в картографировании подземных формаций.

6. Финансовая аналитика: Вейвлет-анализ используется в финансовой аналитике для анализа финансовых временных рядов. Он может помочь в выявлении трендов, циклов и аномалий на рынке.

7. Биомедицинская обработка: Вейвлет-анализ применяется в биомедицинской обработке для анализа и обработки электроэнцефалограмм (ЭЭГ), электрокардиограмм (ЭКГ) и других биомедицинских сигналов. Он может помочь в диагностике и мониторинге различных заболеваний.

## Различия ДПФ и ВА:

1. Чувствительность к времени: ДПФ не учитывает информацию о времени в сигнале, а только о его частотном составе. Вейвлет-анализ, напротив, учитывает как временную, так и частотную структуру сигнала.
2. Разрешение по частоте: ДПФ обеспечивает равномерное разрешение по всем частотам сигнала. В вейвлет-анализе разрешение изменяется в зависимости от частоты, что позволяет более детально и точно анализировать сигналы с разной частотной структурой.
3. Перерасход памяти: ДПФ требует значительных вычислительных и памятных ресурсов, так как его размер пропорционален размеру сигнала. В вейвлет-анализе такие ресурсы требуются лишь для одного временного отрезка сигнала, что делает его более экономным.
4. Детектор пиков: ДПФ не имеет встроенного механизма для обнаружения пиков или локальных особенностей сигнала. В вейвлет-анализе можно использовать вейвлеты с проперти, которые позволяют определить такие особенности.

## Сходства ДПФ и ВА:

1. Прямое и обратное преобразование: Оба метода позволяют осуществлять прямое и обратное преобразование между временной и частотной областями. Это позволяет переходить от анализа сигнала к его синтезу и обратно.
2. Практическое применение: Оба метода широко используются в различных областях, таких как обработка изображений, компьютерное зрение, сжатие данных, обработка звука и многих других.
3. Мультирезольционный анализ: Оба метода предоставляют возможность анализировать сигналы на разных уровнях детализации, что позволяет выявлять и анализировать различные частотные компоненты сигнала.
4. Инструменты для сжатия данных: Оба метода могут быть использованы для сжатия данных путем удаления или оценки незначительных или шумовых компонент сигнала.

## Заключение:

В заключение можно отметить, что дискретное преобразование Фурье (ДПФ) и вейвлет-анализ имеют много сходств и различий.

Одним из основных сходств является то, что и ДПФ, и вейвлет-анализ являются математическими инструментами для анализа сигналов и изображений. Они позволяют разложить сигнал на различные частотные компоненты и исследовать его спектральные характеристики.

Кроме того, и ДПФ, и вейвлет-анализ используют конечное число базовых функций для разложения сигналов. В случае ДПФ это синусоидальные функции разных частот, а в случае вейвлет-анализа это вейвлеты - функции, аналогичные сигналу, но масштабированные и сдвинутые.

В целом, и ДПФ, и вейвлет-анализ являются мощными инструментами для анализа сигналов и изображений. В зависимости от характеристик сигнала и требуемой точности анализа, один из этих методов может быть более предпочтителен.